埼玉県公立高校入試問題　解説

公立入試必勝ポイント①　資料の活用は「用語の確認」

公立入試必勝ポイント②　確率「樹形図に丸を付ける」

公立入試必勝ポイント③　標本調査は「比例式」

公立入試必勝ポイント④　関数は「交点の座標を求める」

公立入試必勝ポイント⑤　等しい三角形は「平行線」

平成 28 年度

1 (10)

公立入試必勝ポイント①より，「用語の確認」をしておきましょう。

ア．「階級の幅」とはその区間の幅であり各階級の最大値から最小値を引くと求められる。

　170－160＝10cm なのでアは正しくない。

イ．「分布の範囲」とは立ち幅とびの記録の最大値から最小値を引くと求められる。

　240－160＝80cm なのでイは正しくない。

ウ．「階級値」とは各階級の真ん中の値であり a 以上 b 未満の階級の階級値は $\frac{a+b}{2}$ で求められる。

　度数が 2 であるのは 180cm 以上 190cm 未満の階級で，その階級値は(180＋190)÷2＝185cm なのでウは正しい。

エ．「最頻値」とは度数が最も多い階級の階級値である。度数が最も多いのは 220cm 以上 230cm 未満の階級でその階級値は(220＋230)÷2＝225cm である。よって，最頻値は 225cm である。平均値は 214cm なので，最頻値は平均値より大きいのでエは正しくない。

オ．「中央値」とは値が低い方から順番に並べた時のちょうど真ん中の生徒の値である。度数の合計が偶数のときは真ん中の 2 人の生徒の平均が中央値になる。

　「相対度数」とはその階級の度数を度数の合計でわった値である。

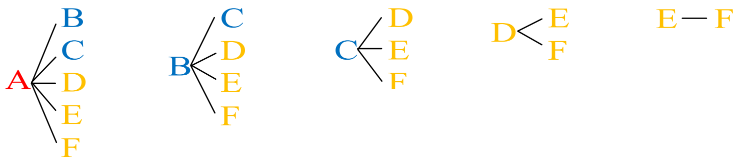
　この問題の場合 20 番目と 21 番目の生徒が 220cm 以上 230cm 未満の階級に含まれるので，その相対度数を求めると 13÷40＝0.325 である。よって，オは正しい。

平成 28 年度

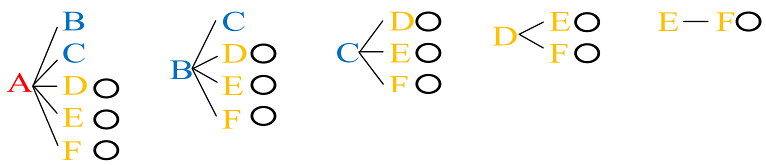
$\boxed{2}$ (1)

$\boxed{\text{公立入試必勝ポイント②}}$より，樹形図を書いて考える。

赤玉 1 個を A，青玉 2 個を B，C，白玉 3 個を D，E，F とすると，樹形図は以下のようになる。



「少なくとも 1 個は白玉である。」ということは 2 個とも白玉か，2 個のうち 1 個が白玉であるものを選べばよい。樹形図に〇をつけると以下のようになる。



全部で 15 通りのうち少なくとも 1 個は白球なのが 12 通りなので，確率は $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$ である。

平成 27 年度

$\boxed{1}$ (8)

480 個の中に入っている黒玉の個数の割合と，56 個の中に入っている黒玉の割合は等しい。

480 個の中に入っている黒玉の個数を x 個とすると，$\boxed{\text{公立入試必勝ポイント③}}$より比例式をつくると，

$480:x=56:35$

56 と 35 をそれぞれ 7 でわると，

$480:x=8:5$

内項の積と外項の積は等しいので，

$8\times x=480\times 5$

$8x=2400$

$x=300$ 　　　　答え：およそ 300 個

平成 28 年度

4

(1) $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-1$ を代入すると，$y=\frac{1}{2}\times(-1)^2=\frac{1}{2}$ なので，点 A の座標は $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$ である。同様に，

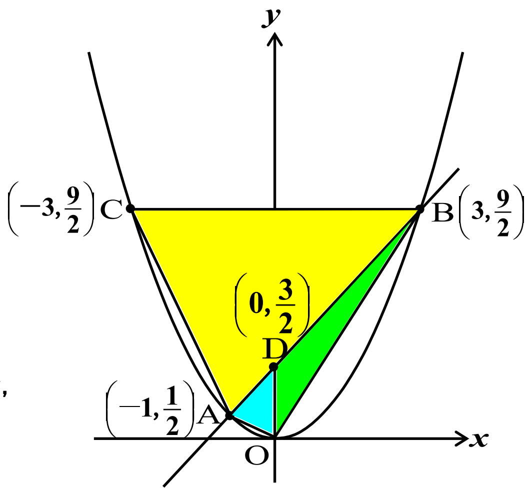
$x=3$ を代入すると，$y=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}$ なので，点 B の座標は $\left(3,\frac{9}{2}\right)$ である。傾き＝$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ より，

直線 AB の傾きは，$\dfrac{\frac{9}{2}-\frac{1}{2}}{3-(-1)}=\frac{4}{4}=1$ である。求める直線の式を $y=x+b$ とすると，直線 AB は点 A$\left(-1,\frac{1}{2}\right)$

を通るので，その座標を直線の式に代入すると，$\frac{1}{2}=-1+b$，$b=\frac{3}{2}$　よって，直線 AB の式は $y=x+\frac{3}{2}$

である。

(2) 直線 AB と y 軸との交点を D とする。(1)で求めた直線の切片より点 D の y 座標は $\frac{3}{2}$ である。また，点 C は点 B と y 軸について対称なので，点 C の座標は $\left(-3,\frac{9}{2}\right)$ である。



四角形 CAOB を△ABC と△AOB に分け，さらに△AOB を△AOD と△BOD に分けて面積を求める。

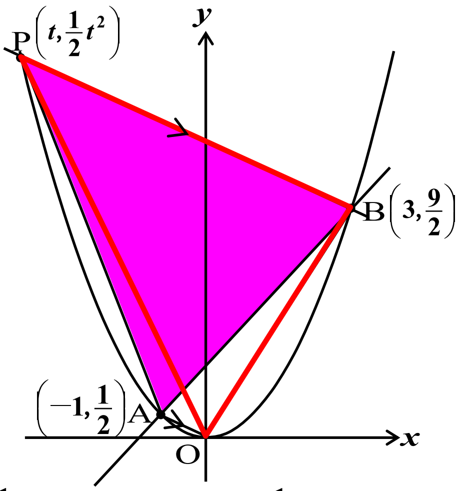
△ABC の底辺を BC とすると，BC＝3－(－3)＝6，高さは $\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=4$ なので△ABC の面積は $6\times4\times\frac{1}{2}=12$ である。

△AOD の底辺を OD とすると，OD＝$\frac{3}{2}$，高さは 1 なので，△AOD の面積は，$\frac{3}{2}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$ である。

△BOD の底辺を OD とすると，OD＝$\frac{3}{2}$，高さは 3 なので，△BOD の面積は，$\frac{3}{2}\times3\times\frac{1}{2}=\frac{9}{4}$ である。

したがって，四角形 CAOB の面積は $12+\frac{3}{4}+\frac{9}{4}=15\text{cm}^2$ である。

(3)



公立入試必勝ポイント⑤より△PAB と△POB の共通な底辺は BP なので OA // BP になるように放物線上に点 P をとれば△PAB＝△POB になる。直線 OA の傾きは $-\frac{1}{2}$ で，平行だと傾きが等しいので直線 BP の傾きも $-\frac{1}{2}$ になる。さらに，直線 BP は B$\left(3,\frac{9}{2}\right)$ を通るので，$y=-\frac{1}{2}x+b$ に B$\left(3,\frac{9}{2}\right)$ を代入すると，

$\frac{9}{2}=-\frac{1}{2}\times3+b$，$\frac{9}{2}=-\frac{3}{2}+b$，$b=6$　よって，直線 BP の式は $y=-\frac{1}{2}x+6$ になる。

点 P の x 座標を t とし，点 P が $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあるので，$x=t$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入すると，$y=\frac{1}{2}t^2$ である。

よって，点 P の座標は $\left(t,\frac{1}{2}t^2\right)$ である。点 P が直線 BP 上にあるので，$y=-\frac{1}{2}x+6$ に $\left(t,\frac{1}{2}t^2\right)$ を代入すると，$\frac{1}{2}t^2=-\frac{1}{2}t+6$，$t^2=-t+12$，$t^2+t-12=0$，$(t+4)(t-3)=0$，$t=-4,\ 3$　$t<-1$ より，$t=-4$

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入すると，$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$　したがって，点 P の座標は(－4，8)である。

以下のような解き方もあります。

公立入試必勝ポイント④より

点 P は $y=\frac{1}{2}x^2$ と $y=-\frac{1}{2}x+6$ の交点なので 2 つの式を連立させて 2 次方程式を解くと,

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=-\frac{1}{2}x+6 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{2}x+6,\ x^2=-x+12,\ x^2+x-12=0,\ (x+4)(x-3)=0,\ x=-4,\ 3$$

$x<-1$ より, $x=-4$　$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入すると, $y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

したがって, 点 P の座標は$(-4,\ 8)$である。

【解答例】

OA // BP になるように放物線上に点 P をとれば

△PAB＝△POB になる。直線 OA の傾きは $-\frac{1}{2}$ で, 平行だと傾

きが等しいので直線 BP の傾きも $-\frac{1}{2}$ になる。さらに, 直線 BP は

$B\left(3,\frac{9}{2}\right)$ を通るので, 直線 BP の式は $y=-\frac{1}{2}x+6$ になる。

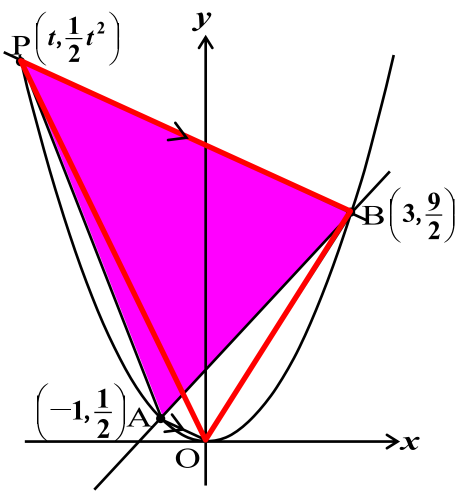
点 P の座標を $\left(t,\frac{1}{2}t^2\right)$ とすると, 点 P が直線 BP 上にあるので,

$\frac{1}{2}t^2=-\frac{1}{2}t+6$, この式を整理すると, $(t+4)(t-3)=0$　$t<-1$ より, $t=-4$

したがって, 点 P の座標は$(-4,\ 8)$である。

(答え)　$(-4,\ 8)$

SAIEI プラスワン



放物線上の平行線は「x 座標の和が等しい」

いうことを利用すると, 点 P の x 座標は簡単に求めること

ができます。

右の図で, OA // BP なので

(B の x 座標)＋(P の x 座標)＝(O の x 座標)＋(A の x 座標)

が成り立ちます。

よって, $3+t=0+(-1)$

$t=-4$ となります。