数学　類題にチャレンジ　〔資料の活用〕

■資料の活用　語句のまとめ

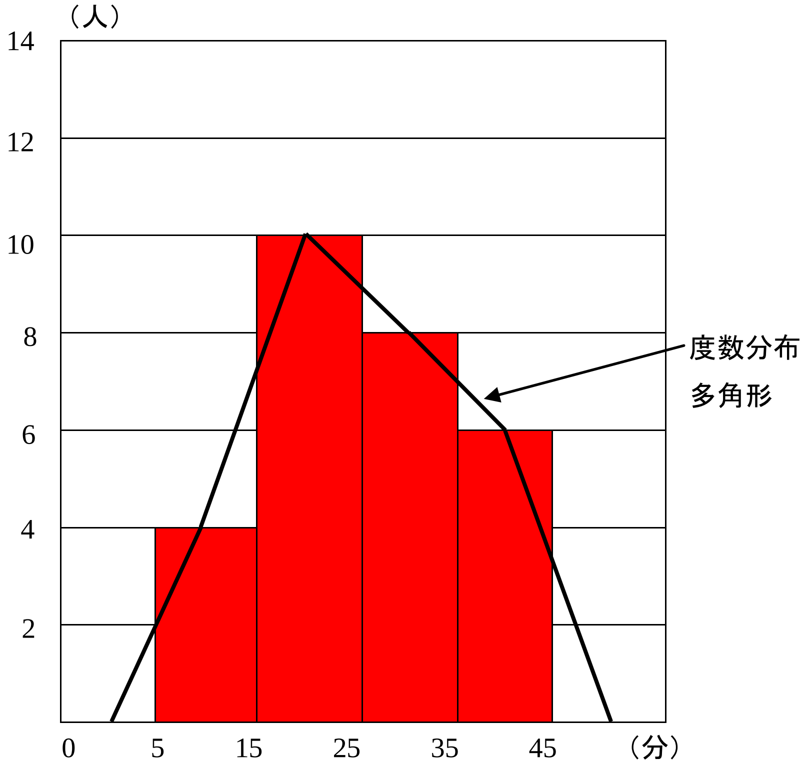
階級	資料を整理したときの１つ１つの区間のこと。
階級の幅	区間の幅のこと。各階級の最大値と最小値の差。
度数	各階級にはいる資料の個数（人数）のこと。
度数分布表	資料をいくつかの階級に分け、階級ごとに度数を示して分布の様子をわかりやすくした表のこと。
階級値	度数分布表で、各階級の真ん中の値のこと。
ヒストグラム	階級の幅を横、度数を縦とする長方形を並べたグラフのこと。
度数分布多角形 （度数折れ線）	ヒストグラムのそれぞれの長方形の上辺の中点どうしを線分で結んだグラフのこと。 ※左右の両端は度数が０の階級があるものとして線分で結ぶ。

度数分布表

１年１組　通学時間

時間（分）	度数（人）
以上　未満 5 ～ 15	4
15 ～ 25	10
25 ～ 35	8
35 ～ 45	6
計	28

ヒストグラム



相対度数	各階級の度数の、全体に対する割合のこと。 相対度数$=\dfrac{\text{階級の度数}}{\text{度数の合計}}$
代表値	資料の値全体を1つの値で代表させ、これを基準にして、ものごとを考えたり判断したりすることがある。このようなとき、資料の値全体を代表する値のこと。
平均値	平均値$=\dfrac{\text{資料の個々の値の合計}}{\text{資料の個数}}$
中央値 （メジアン）	資料の値を大きさの順に並べたとき、その中央の値のこと。
最頻値 （モード）	資料の中で、もっとも多く現れる値のこと。
範囲 （レンジ）	資料の最大の値と最小の値の差のこと。
真の値	そのものの本当の値のこと。
近似値	測定して得られた値などのように、真の値に近い値のこと。
誤差	近似値から真の値をひいた差のこと。 誤差＝近似値－真の値
有効数字	近似値を表す数で、意味のある数字のこと。 ※どこまでが有効数字であるかはっきりさせたいとき、 （整数部分が1けたの数）×（10の累乗）の形で表すことがある。 例：測定値2340gの有効数字が2,3,4のとき、次のように表す。 2.34×10^3g

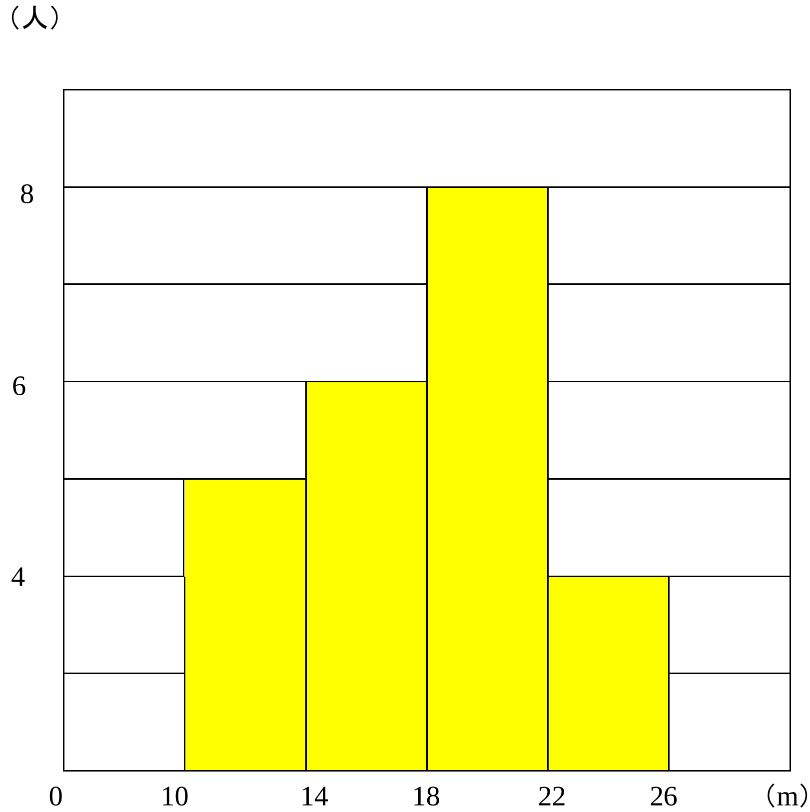
数学 類題にチャレンジ 〔資料の活用 問題編〕

【類題 1】下の表の空欄を埋めましょう。

	資料を整理したときの 1 つ 1 つの区間のこと。
	区間の幅のこと。各階級の最大値と最小値の差。
	各階級にはいる資料の個数（人数）のこと。
	資料をいくつかの階級に分け、階級ごとに度数を示して分布の様子をわかりやすくした表のこと。
	度数分布表で、各階級の真ん中の値のこと。
	階級の幅を横、度数を縦とする長方形を並べたグラフのこと。
	ヒストグラムのそれぞれの長方形の上辺の中点どうしを線分で結んだグラフのこと。 ※左右の両端は度数が 0 の階級があるものとして線分で結ぶ。
	各階級の度数の、全体に対する割合のこと。
	資料の値全体を1つの値で代表させ、これを基準にして、ものごとを考えたり判断したりすることがある。このようなとき、資料の値全体を代表する値のこと。
	資料の値を大きさの順に並べたとき、その中央の値のこと。
	資料の中で、もっとも多く現れる値のこと。
	資料の最大の値と最小の値の差のこと。
	そのものの本当の値のこと。
	測定して得られた値などのように、真の値に近い値のこと。
	近似値から真の値をひいた差のこと。
	近似値を表す数で、意味のある数字のこと。

【類 題 2】

右の図は，小学校の男子生徒のボール投げの記録をヒストグラムに表したものです。
このヒストグラムからわかることとして正しいものを，下のア～オの中から 2 つ選び，その記号を書きなさい。



ア　平均値は 19mより小さい。

イ　中央値含まれている階級の相対度数は 0.2 より小さい。

ウ　階級の幅は 3m である。

エ　ボール投げの記録の分布の範囲は 16mより大きい。

オ　度数が 6 である階級の階級値は 16m である。

【類 題 3】

下の表値は,ある中学1年生クラス 15 人の体重測定の結果です。

38	48	40	49	53	44	42	51	
47	41	48	43	49	46	45		（単位：kg）

① 15 人の体重の中央値を求めなさい。

② 右の表は,上の結果の度数分布表です。
この表における 15 人体重の最頻値を求めなさい。

体重 (kg)	度数（人）
以上　　未満 35 ～ 39	1
39 ～ 43	3
43 ～ 47	4
47 ～ 51	5
51 ～ 55	2
計	15

③ 体重が 44kg の生徒は,この 15 人のなかでは軽いほう
重いほうのどちらですか。またそう判断した理由を答えなさい。

数学 類題にチャレンジ 〔資料の活用 解法・解答編〕

【類題 1】ポイント 資料の活用は「用語の確認」

階級	資料を整理したときの１つ１つの区間のこと。
階級の幅	区間の幅のこと。各階級の最大値と最小値の差。
度数	各階級にはいる資料の個数（人数）のこと。
度数分布表	資料をいくつかの階級に分け、階級ごとに度数を示して分布の様子をわかりやすくした表のこと。
階級値	度数分布表で、各階級の真ん中の値のこと。
ヒストグラム	階級の幅を横、度数を縦とする長方形を並べたグラフのこと。
度数分布多角形（度数折れ線）	ヒストグラムのそれぞれの長方形の上辺の中点どうしを線分で結んだグラフのこと。 ※左右の両端は度数が0の階級があるものとして線分で結ぶ。
相対度数	各階級の度数の、全体に対する割合のこと。
代表値	資料の値全体を1つの値で代表させ、これを基準にして、ものごとを考えたり判断したりすることがある。このようなとき、資料の値全体を代表する値のこと。
中央値（メジアン）	資料の値を大きさの順に並べたとき、その中央の値のこと。
最頻値（モード）	資料の中で、もっとも多く現れる値のこと。
範囲（レンジ）	資料の最大の値と最小の値の差のこと。
真の値	そのものの本当の値のこと。
近似値	測定して得られた値などのように、真の値に近い値のこと。
誤差	近似値から真の値をひいた差のこと。
有効数字	近似値を表す数で、意味のある数字のこと。

【類題 2】

ア…正しい

$$(\text{平均値}) = \frac{(\text{階級値})\times(\text{度数})\text{の和}}{(\text{度数の合計})}$$ で求めます。

(階級値)×(度数)の和＝12×5＋16×6＋20×8＋24×4
＝412

男子の生徒数(度数の合計)は 23 人であるから，平均値＝412÷23=17.9・・・となります。

イ…正しくない

記録が小さい方から 12 番目の生徒がいる階級を調べればよい。10m 以上 14m 未満が 5 人。14m 以上 18m 未満が 6 人だから，記録が小さい方から 12 番目の生徒がいる階級は 18m 以上 22m 未満です。よって中央値はこの階級に含まれます。この階級の度数は 8 人だから相対度数は 8÷23＝0.34・・・となります。

ウ…正しくない

階級の幅は 14－10=4m です。

エ…正しくない

分布の範囲は 26－10=16m です。

オ…正しい

度数が 6 である階級は，14m以上 18m未満です。この階級の階級値は 16m です。

答え ア オ

【類題 3】

① 中央値は軽いほうから 8 番目の生徒の体重だから 46kg です。

答え 46kg

② 最頻値は,47kg 以上 51kg 未満の階級の階級値(真ん中の値)だから 49kg となります。

答え 49kg

③ ①より 15 人の体重の中央値は 46kg で,この中央値と比較して考えます。44kg は中央値より小さいので, 体重が 44kg の生徒は,この 15 人の中では軽いほうということができます。

答え 軽いほう 理由:中央値と比較すると中央値より軽いから

【類題 1】

次の各問に答えなさい。

(1) 6本のうち当たりが2本入ったくじから，同時に2本のくじをひくとき，少なくとも1本は当たりくじである確率を求めなさい。

(2) 2つのさいころを投げるとき，目の数の和が4の倍数になる確率を求めなさい。

(3) 1から4までの数字を1つずつ書いた4枚のカードをよくきり，1枚ずつ2回続けて取り出すとき，2枚とも奇数である確率を求めなさい。

【類 題 2】

次の各問に答えなさい。

(1) ある工場で製造した製品の中から，200 個を無作為に抽出して品質検査をしたところ，3 個の不良品が含まれていた。このことから，この工場で製造された 15000 個の製品の中には，およそ何個の不良品が含まれていると推定されるか求めなさい。

(2) ある湖にすんでいる魚の数を推定するために，わなをしかけて 510 匹の魚をつかまえ，これらの魚に印をつけて湖に戻した。1 週間後に，再びわなをしかけたところ，570 匹つかまり，そのうちの 17 匹に印がついていた。この湖にはおよそ何匹の魚がすんでいると推定されるか求めなさい。

(3) 袋の中に白い碁石がたくさん入っていて，その個数を数えるかわりに，同じ大きさの黒い碁石 60 個を袋に入れ，よくかき混ぜた後，袋から任意に 50 個の碁石を取り出したところ，その中に黒い碁石が 3 個含まれていた。はじめに袋に入っていた白い碁石はおよそ何個と推定されるか求めなさい。

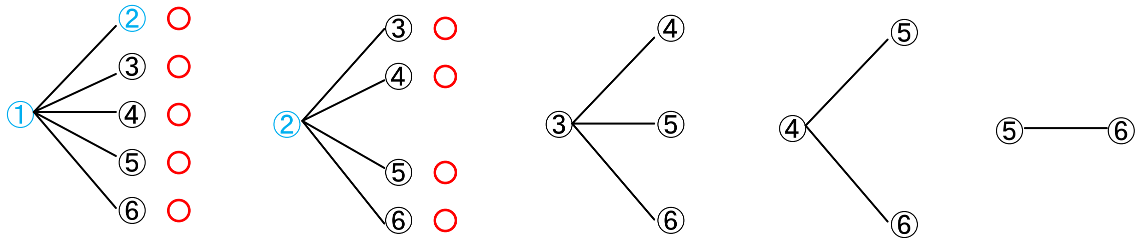
数学 類題にチャレンジ 〔確率 標本調査 解法・解答編〕

【類題 1】

ポイント 樹形図に丸を付ける。

〔解法〕

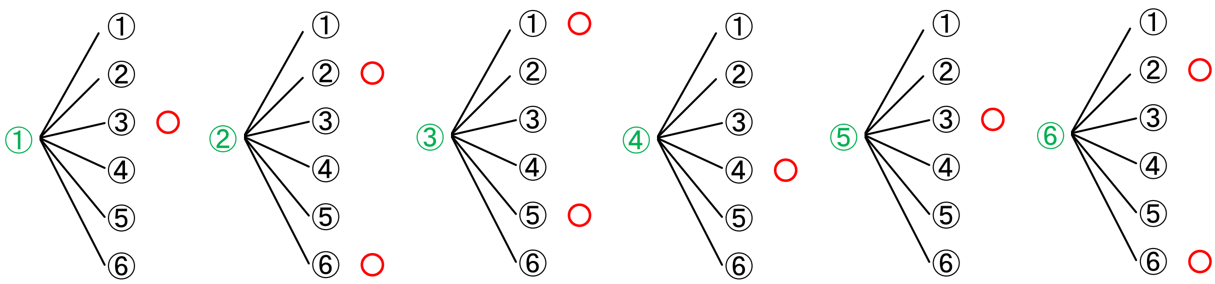
（1） 当たりくじを①，②，はずれくじを③，④，⑤，⑥として樹形図をかき，少なくとも 1 本は当たりくじの場合に，丸を付ける。



よって，$\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

答え $\frac{3}{5}$

（2） さいころの目の組み合わせを樹形図にかき，目の和が 4 の倍数になる場合に，丸を付ける。



よって，$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

答え $\frac{1}{4}$

（3） カードの組み合わせを樹形図にかき，2 枚とも奇数である場合に，丸を付ける。

よって，$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

答え $\frac{1}{6}$

【類 題　2】

ポイント　比例式を利用して解く。

〔解 法〕

（1）　不良品を x 個とすると,

$15000:x=200:3$

$x=225$

答え　およそ 225 個

（2）　ある湖にすんでいる魚の数を x 匹とすると,

$x:510=570:17$

$x=17100$

答え　およそ 17100 匹

（3）　はじめに袋に入っていた白い碁石の個数を x 個とすると，袋の中と抽出した標本で，白い碁石と黒い碁石の個数の比は等しいと考えられるので

$x:60=(50-3):3$

$x=940$

答え　およそ 940 個

SAIEI ランクアップポイント①

「余事象の確率」

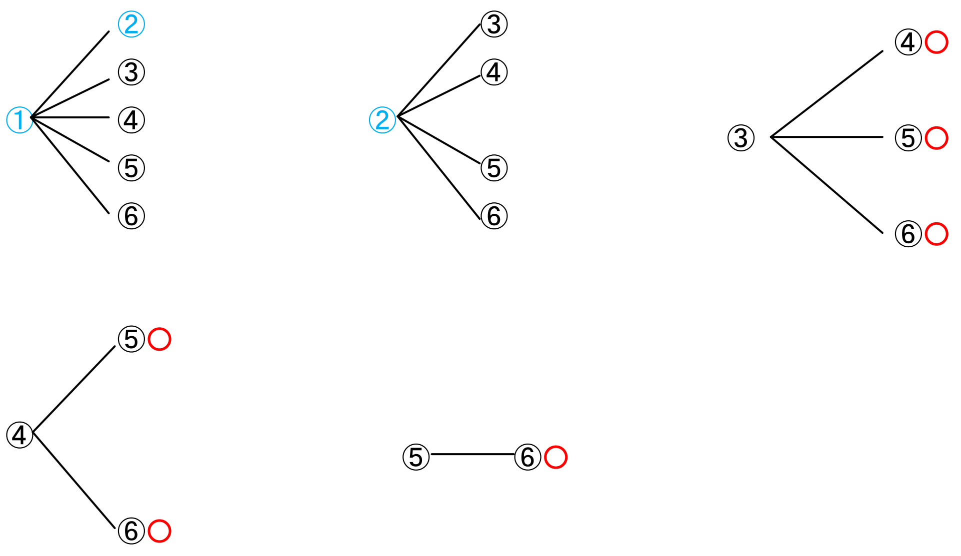
余事象とはある事象(事柄)A に対して，A が起こらないという事象(事柄)のことです。
例えば，さいころを 1 回ふるとき，1 の目が出るという事象(事柄)に対する余事象は
1 の目が出ないこと。すなわち 2，3，4，5，6 の目が出ることです。

(ある事柄 A が起こる確率)＋(ある事柄 A が起こらない確率)＝1　ですから
直接求めにくい確率は，もう一方を求めて 1 から引けばよいのです。

この余事象の確率の考えを用いる時のキーワードは「少なくとも～」です。

【類 題　1】の(1)の問題では，「少なくとも 1 本は当たりくじ」の余事象は「2 本ともはずれくじ」ですから

「2 本ともはずれ」の確率を求めて 1 から引けばよいのです。



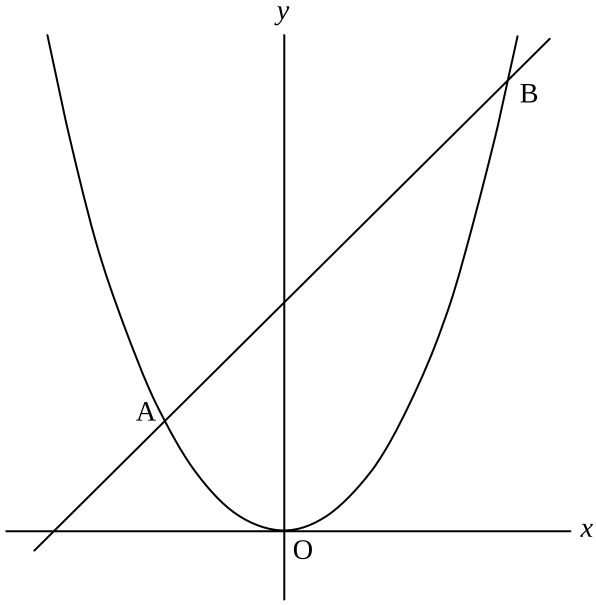
「2 本ともはずれくじ」は上の樹形図の○印　です。その確率は $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$ なので

「少なくとも 1 本は当たりくじ」の確率は $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ となります。

数学　類題にチャレンジ　〔関数　問題編〕

【類題 1】

右の図で，曲線は$y=\frac{1}{3}x^2$のグラフです。曲線上にx座標が-3である点 A と，x座標が正である点 B をとります。
直線 AB の傾きが 1 であるとき，次の各問に答えなさい。



(1)　点 B の座標を求めなさい。

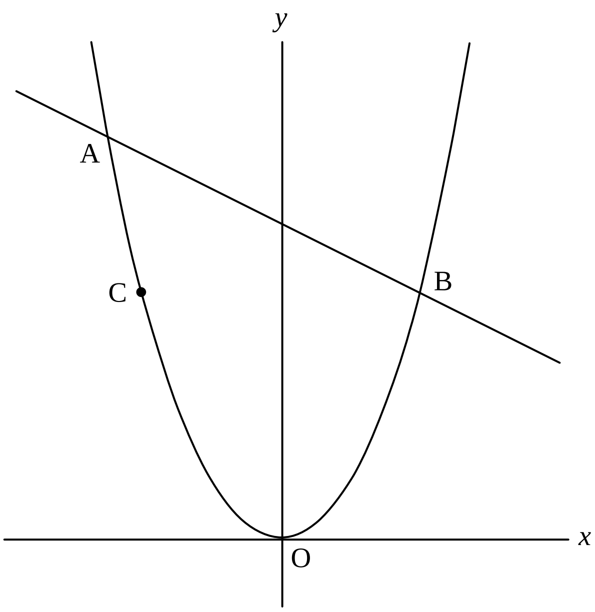
(2)　△OAB の面積を求めなさい。

(3)　曲線上を，x座標が$-3<x<6$の範囲で動く点 P を考えます。ただし，点 P は原点 O とは異なる点とします。△AOP と△BOP の面積が等しくなるとき，点 P の座標を途中の説明も書いて答えなさい。その際，図を用いて説明してもよいものとします。

【類 題　2】

右の図で，曲線は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフです。曲線上に x 座標が－4 である点 A と，x 座標が正である点 B をとります。さらに，y 軸について点 B に対称な点を C とします。

直線 AB の傾きが $-\frac{1}{2}$ であるとき，次の各問に答えなさい。



(1)　点 B の座標を求めなさい。

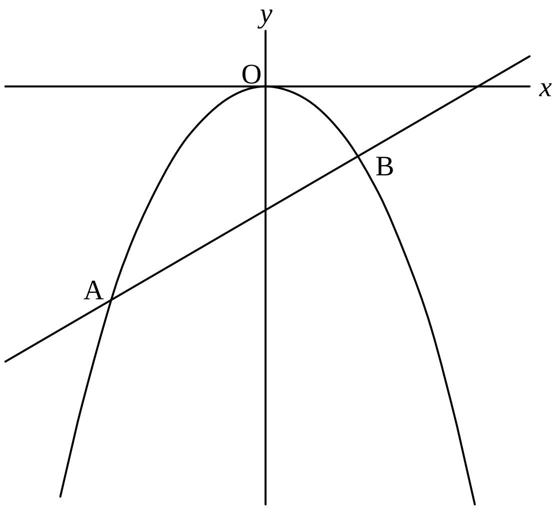
(2)　四角形 OBAC の面積を求めなさい。

(3)　点 B と点 C の間を動く曲線上の点 P を考えます。△APC と△BCP の面積が等しくなるとき，点 P の座標を途中の説明も書いて答えなさい。その際，図を用いて説明してもよいものとします。

【類 題 3】

右の図で，曲線は $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフです。曲線上に x 座標が -6 である点 A と，x 座標が正である B をとります。

直線 AB の傾きが $\frac{1}{2}$ であるとき，次の各問に答えなさい。



(1) 点 B の座標を求めなさい。

(2) y 軸上に，y 座標が -10 である点 C をとります。
このとき，△ABC の面積を求めなさい。

(3) 曲線上を，x 座標が $x>4$ の範囲で動く点 P を考えます。△AOP と△BAP の面積が等しくなるとき，点 P の座標を途中の説明も書いて答えなさい。その際，図を用いて説明してもよいものとします。

数学 類題にチャレンジ 〔関数 解法・解答編〕

ポイント1 関数は「交点の座標を求める」

ポイント2 等しい三角形は「平行線」

ポイント3 放物線上の平行線は「x 座標の和が等しい」※

※詳しくは SAIEI ランクアップポイント②を参照してください

【類題 1】

〔解法〕

（1） 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ において，$x=-3$ のとき $y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$。よって，A の座標は $(-3,\ 3)$。

直線 AB の式を $y=x+b$ とおき，点 A の座標を代入すると，

$3=-3+b$

これを解いて，$b=6$。よって，直線 AB の式は $y=x+6$ 。

放物線 $y=\frac{1}{3}x^2$ と直線 $y=x+6$ との交点が点 B なので，ポイント1より

$$\begin{cases} y=\frac{1}{3}x^2 \\ y=x+6 \end{cases}$$

この連立方程式から，2 次方程式 $\frac{1}{3}x^2=x+6$ を解いて，$x=-3,\ 6$。

点 B の x 座標は正の数なので，6。

放物線の式 $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入して，$y=\frac{1}{3}\times 6^2=12$。よって，点 B の座標は $(6,\ 12)$

答え $(6,\ 12)$

（2） 直線 AB と y 軸との交点を C とする。(1)で求めた直線の切片より，点 C の y 座標は 6 なので，OC$=6$。

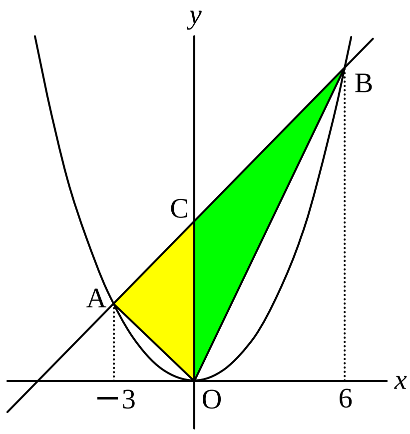
次に，△AOB を△OAC と△OBC に分けて面積を求める。いずれも辺 OC を底辺とする。点 A，B の x 座標から，△OAC の高さは 3，△OBC の高さは 6。よって，それぞれ面積は

△OAC$=6\times3\times\frac{1}{2}=9$

△OBC$=6\times6\times\frac{1}{2}=18$

したがって，△AOB$=9+18=27$

答え 27



（3） △AOP と△BOP において，共通な辺は辺 OP。よって，ポイント2より AB//OP となるように点 P をとれば，

△AOP＝△BOP となる。

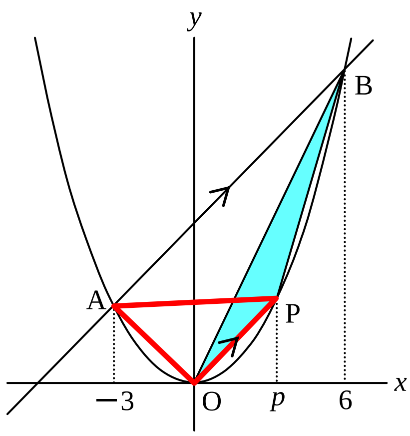
点 P の x 座標を p とおく。ポイント3より，

$0+p=-3+6$

これを解いて，$p=3$。$y=\frac{1}{3}x^2$ に x 座標の 3 を代入して，

$y=\frac{1}{3}\times3^2=3$。よって，点 P の座標は $(3,\ 3)$

答え $(3,\ 3)$



【類題 2】

〔解法〕

（1） 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ において，$x=-4$ のとき $y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$。よって，A の座標は $(-4,\ 8)$。

直線 AB の式を $y=-\frac{1}{2}x+b$ とおき，点 A の座標を代入すると，

$$8=-\frac{1}{2}\times(-4)+b$$

これを解いて，$b=6$。よって，直線 AB の式は $y=-\frac{1}{2}x+6$ 。

放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=-\frac{1}{2}x+6$ との交点が点 B なので，ポイント 1より

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=-\frac{1}{2}x+6 \end{cases}$$

この連立方程式から，2 次方程式 $\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{2}x+6$ を解いて，$x=-4,\ 3$。

点 B の x 座標は正の数なので，3。

放物線の式 $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して，$y=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}$。 よって，点 B の座標は $(3,\ \frac{9}{2})$

答え $(3,\ \frac{9}{2})$

（2） 点 C は点 B と y 軸について対称なので，座標は $(-3,\ \frac{9}{2})$。

四角形 OBAC を△OBC と△ABC に分けて面積を求める。

いずれも辺 BC を底辺とする。$BC=3-(-3)=6$。

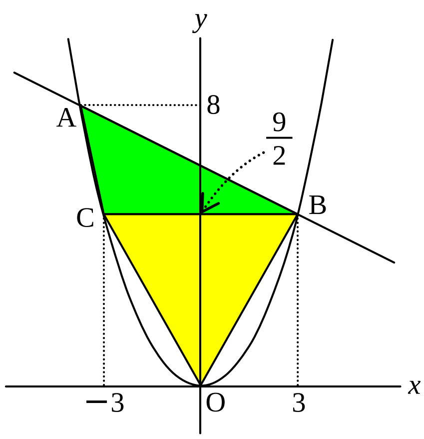
次に，点 A，B の y 座標から，△OBC の高さは $\frac{9}{2}$，△ABC の高さは

$8-\frac{9}{2}=\frac{7}{2}$。よって，それぞれ面積は

$$\triangle OBC=6\times\frac{9}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{27}{2}$$
$$\triangle ABC=6\times\frac{7}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{21}{2}$$

したがって，四角形 $OBAC=\frac{27}{2}+\frac{21}{2}=24$

答え 24



（3） △APC と△BCP において，共通な辺は辺 CP。よって，

ポイント 2より AB//CP となるように点 P をとれば，

△APC＝△BCP となる。

点 P の x 座標を p とおく。ポイント 3より

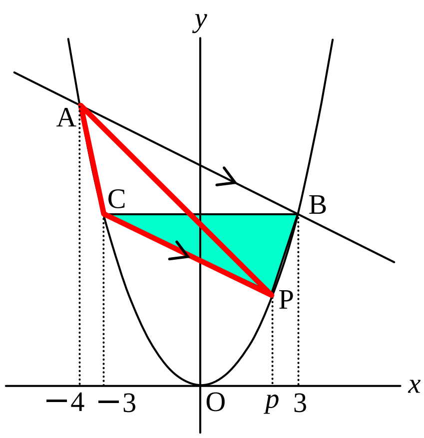
$$-3+p=-4+3$$

これを解いて，$p=2$。

$y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して， $y=\frac{1}{2}\times2^2=2$。

よって，点 P の座標は $(2,\ 2)$

答え $(2,\ 2)$



【類 題　3】

〔解 法〕

（1） 関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ において，$x=-6$ のとき $y=-\frac{1}{4}\times(-6)^2=-9$。よって，A の座標は$(-6,\ -9)$。

直線 AB の式を $y=\frac{1}{2}x+b$ とおき，点 A の座標を代入すると，

$$-9=\frac{1}{2}\times(-6)+b$$

これを解いて，$b=-6$。よって，直線 AB の式は $y=\frac{1}{2}x-6$ 。

放物線 $y=-\frac{1}{4}x^2$ と直線 $y=\frac{1}{2}x-6$ との交点が点 B なので，ポイント 1 より

$$\begin{cases} y=-\frac{1}{4}x^2 \\ y=\frac{1}{2}x-6 \end{cases}$$

この連立方程式から，2 次方程式 $-\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{2}x-6$ を解いて，$x=-6,\ 4$。

点 B の x 座標は正の数なので，4。 放物線の式 $y=-\frac{1}{4}x^2$ に代入して，

$y=-\frac{1}{4}\times 4^2=-4$。 よって，点 B の座標は$(4,\ -4)$

答え　$(4,\ -4)$

（2） 直線 AB と y 軸との交点を D とする。(1)で求めた直線の切片より，点 D の y 座標は-6なので，$CD=-6-(-10)=4$。

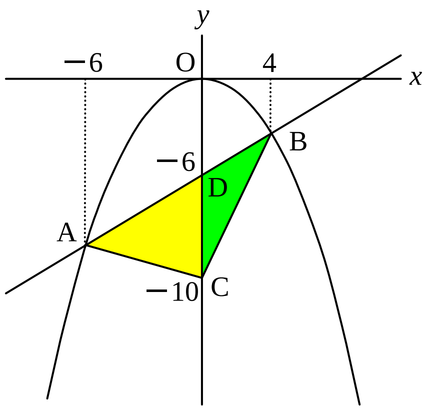
次に，△ABC を△ACD と△BCD に分けて面積を求める。いずれも辺 CD を底辺とする。点 A，B の x 座標から，△ACD の高さは 6，△BCD の高さは 4。よって，

$$\triangle ACD=4\times6\times\frac{1}{2}=12$$

$$\triangle BCD=4\times4\times\frac{1}{2}=8$$

したがって，$\triangle ABC=12+8=20$

答え　20



（3） △AOP と△BAP において，共通な辺は辺 AP。よって，

ポイント 2 より OB//AP となるように点 P をとれば，

△AOP＝△BAP となる。

点 P の x 座標を p とおく。ポイント 3 より，

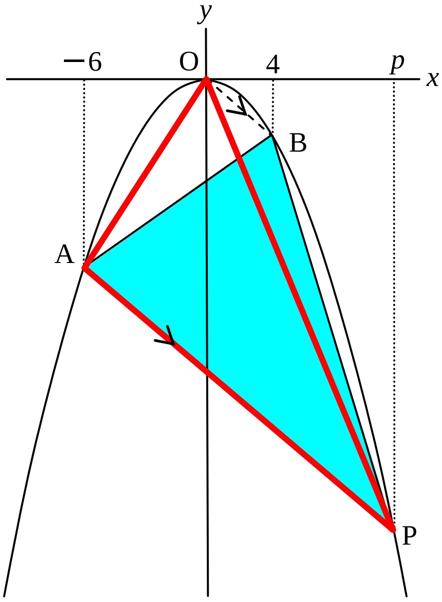
$$-6+p=0+4$$

これを解いて，$p=10$。

$y=-\frac{1}{4}x^2$ に代入して， $y=-\frac{1}{4}\times10^2=-25$。

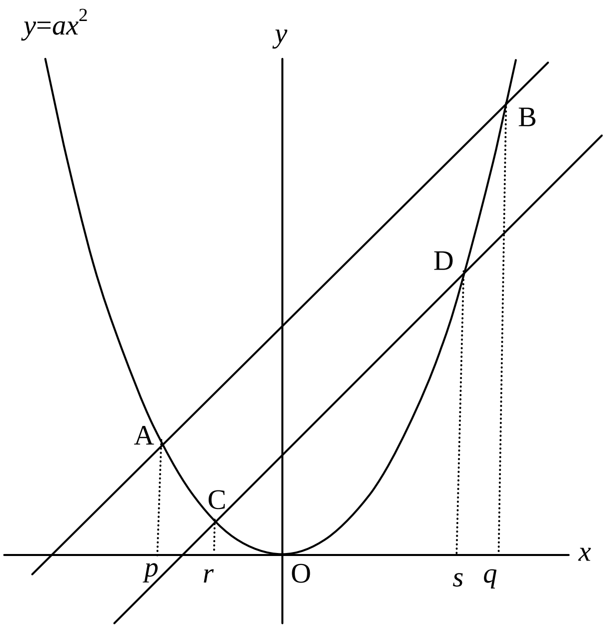
よって，点 P の座標は$(10,\ -25)$

答え　$(10,\ -25)$



SAIEI ランクアップポイント②

「放物線と平行線」



上の図で直線 AB の変化の割合（傾き）は $a(p+q)$，直線 CD の変化の割合（傾き）は $a(r+s)$なので

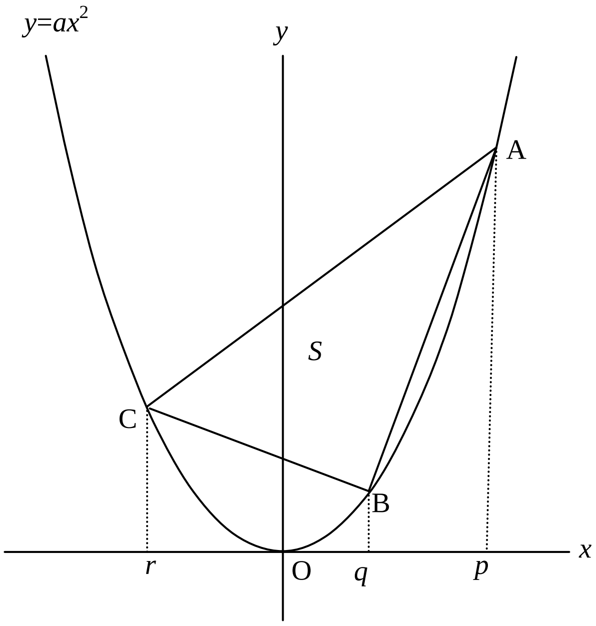
直線 AB と直線 CD が平行なとき，$a(p+q)=a(r+s)$となり，両辺を a で割ると・・・・・

$$p+q=r+s$$

つまり，放物線上の平行線は「x 座標の和が等しい」ということが成り立つのです。

SAIEI ランクアップポイント③

「放物線上の三角形の面積」



放物線 $y=ax^2$ のグラフ上の，x 座標が p，q，r である 3 点を頂点とする三角形の面積を S とすると，

$$S=\frac{1}{2}a(p-q)(q-r)(p-r)$$

で求めることができます。

（ただし，$p>q>r$ とします。）

これは，放物線 $y=ax^2$ のグラフ上に頂点がある三角形の面積は，

$\frac{1}{2}$×（放物線の定数）×（各辺の両端の点の x 座標の差）で求められるということです。